

VDI – Tagung

Dynamik von Fahrzeug und Fahrweg

Co–Simulation von MKS und FEM zur Simulation einer Brückenüberfahrt

Dr. Ing. Stefan Dietz

INTEC GmbH

Münchner Straße 20

82234 Weßling

Dipl. Ing. Gunter Schupp

DLR – Deutsches Zentrum für Luft– und Raumfahrt

Institut für Aeroelastik, Abt. Fahrzeugsystemdynamik

Münchner Straße 20

82234 Weßling

Zusammenfassung

Die Kopplung von Mehrkörper–Fahrzeugmodellen mit Finite Element Modellierungen elastischer Fahrwege kann beispielsweise mit der Co–Simulation erfolgen, bei der die Integration der Teilsysteme Fahrzeug und Fahrweg separat im MKS bzw. FEM Programm durchgeführt und die Kopplung durch einen entsprechenden Datenaustausch realisiert wird. Im Detail wird eine auf lineare Finite Element Modellierungen anwendbare, sehr effiziente Methode beschrieben, die die Möglichkeiten der Systemreduktion ausnützt und die rechnerische Behandlung der Fahrzeug–Fahrweg–Wechselwirkung in sehr kurzen Rechenzeiten ermöglicht.

1 Einleitung

Bei der Computersimulation der Dynamik von Schienen– oder Straßenfahrzeugen auf ihrem Fahrweg liegt der Schwerpunkt der Untersuchung in aller Regel auf einer der beiden Systemkomponenten. Entweder wird die Brücke, der Oberbau usw. sehr genau modelliert, dann wird meist dem Fahrzeugmodell nur geringe Beachtung geschenkt; liegt im Gegensatz dazu der Schwerpunkt der Modellierung auf dem Fahrzeug selbst, dann wird oft der Fahrweg als starr angesehen. Eine Wechselwirkung zwischen Fahrzeug und Fahrweg wird (fast) nicht berücksichtigt.

Die Beanspruchungsrechnung einer Brückenstruktur erfordert beispielsweise detaillierte Simulationsmodelle, mit denen sowohl Deformationen als auch Beanspruchungen hinreichend genau beschrieben werden können. Oder aber das Verhalten des Oberbaus bei langfristiger dynamischer Belastung soll untersucht werden. Zum Einsatz kommen hier Finite–Element–Software (FEM–Software) oder aber Spezialprogramme, die auf kontinuierlichen und/oder diskreten Modellierungen aufbauen. Gemeinsam ist allen, daß dabei das Fahrzeug selbst meist nur als sehr einfaches

MKS bestehend aus wenigen starren Körpern o.ä. abgebildet wird. Die Schnittstelle zwischen Fahrzeug und Fahrweg, Reifen auf Straße bzw. Stahlrad auf Stahlschiene also, ist dabei oft über eine lineare oder einfache nichtlineare Federcharakteristik nachgebildet, siehe z.B. [1, 10].

Für Fahrzeughersteller steht hingegen das Fahrverhalten eines Fahrzeuges im Vordergrund. Im Rahmen einer Komfortanalyse, einer Optimierung von Fahrzeugparametern usw. wird das Gesamtfahrzeug als starres oder hybrides Mehrkörpersystem (MKS) modelliert. Hierzu steht leistungsstarke und erprobte Software kommerziell zur Verfügung, die neben der einfachen und vor allem sicheren automatischen Generierung der Bewegungsgleichungen auch deren effiziente Lösung gewährleistet, [7, 8, 11]. Der Schnittstelle Fahrzeug – Fahrweg kommt dabei häufig besondere Bedeutung zu. Aufwendige Reifenmodelle, die Berücksichtigung nichtlinearer Kontaktgeometrien zwischen Rad und Schiene sowie komplexe Kraftschluß-Schlupf-Beziehungen ermöglichen dabei deren realitätsnahe Nachbildung, [12]. Der Fahrweg selbst allerdings wird meist als starr und unnachgiebig, d.h. inertial fest angesehen; eine gelegentliche Erweiterung stützt sich ebenfalls auf eine MKS-Struktur, als Beispiel sei eine elastisch gelagerte Schwellenstruktur unter dem Gleis genannt.

Die Simulation eines schweren LKWs oder Schienenfahrzeuges, z.B. eines ICE bei einer Brückenüberfahrt, stößt jedoch bei jeder dieser beiden Vorgehensweisen rasch an ihre Grenzen. Die elastische Verformung der Brücke läßt eine Rückwirkung auf das Fahrverhalten erwarten, zu nennen wäre hier sicherlich zunächst der Übergang von vergleichsweise starrem, festem Untergrund auf die eher nachgiebige Brückenstruktur. Ebenso läßt sich die komplexe Dynamik eines ICE1-Triebkopfes und die daraus resultierende dynamische Belastung des Untergrunds sicherlich nicht mit ausreichender Genauigkeit mit simplen Feder-Masse-Schwingern bei gleichzeitiger Vernachlässigung des hochkomplexen nichtlinearen Kontakts zwischen Rad und Schiene nachvollziehen.

Die Lösung bietet hier die Verknüpfung der beiden oben beschriebenen Vorgehensweisen: Mit Hilfe der FEM-Software läßt sich die elastische Nachgiebigkeit der Brücke realitätsnah nachbilden, im MKS-Programm wird das Fahrzeug inklusive Reifen- oder Rad-Schiene-Dynamik als Gesamtsystem modelliert, die Verkopplung der beiden Programme findet im Rahmen einer Zeitschrittintegration mittels der Co-Simulation statt. Co-Simulation bedeutet, daß zwar FEM- und MKS-seitig getrennt gerechnet (d.h. integriert) wird, jedoch ein zeitdiskreter Austausch der aktuellen lokalen Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen (FEM \rightarrow MKS) sowie der wechselwirkenden Kräfte bzw. Lasten (MKS \rightarrow FEM) stattfindet.

Zur Nachbildung einer elastischen Brückenstruktur findet gelegentlich auch eine kontinuierliche Modellierung als unverzweigtes Balkentragwerk Anwendung. In [3, 4] beispielsweise besteht dieses aus einem oder einer Aneinanderreihung mehrerer homogener Euler-Bernoulli Balken. Deren Bewegungen ist dabei auf Biege- und Torsionsschwingungen beschränkt, eventuelle Längsschwingungen bleiben unberücksichtigt. Auf diese Weise wird zwar eine äußerst effiziente Simulation gewährleistet, die Verwendung von FEM-Software bietet dagegen jedoch – vor allem auch im Hinblick auf eine stetige, enorme Steigerung der Rechenleistung von Computern – zwei wesentliche Vorteile: Zum einen wäre deren sehr starke Verbrei-

tung nicht nur im Maschinenbau sondern auch im Bereich des Bauingenieurwesens zu nennen, erprobte FEM-Modelle von Brücken sind also bereits verfügbar oder es besteht zumindest große Erfahrung bei deren Aufbau. Zum anderen ist diese Vorgehensweise nicht auf die Simulation von Brückenüberfahrten beschränkt, sie erlaubt beim Vorhandensein entsprechender FEM-Modelle problemlos auch die Simulation anderer Straßen- oder Oberbau-Strukturen, beispielsweise der Festen Fahrbahn.

Die Idee der gekoppelten Simulation oder Co-Simulation findet auch im Zuge anderer Problemstellungen Anwendung. Aus dem Bereich des Hochgeschwindigkeitsschienenverkehrs soll hier nur die Wechselwirkung zwischen Stromabnehmer und Oberleitung genannt werden. Der Stromabnehmer, je nach Aufgabenstellung mit oder ohne Fahrzeug, wird hierbei als MKS modelliert, zur Nachbildung der aus der elastischen Nachgiebigkeit resultierenden hochfrequenten Schwingungen der Oberleitung kommen Spezialprogramme zur Anwendung, [13, 14].

2 Co-Simulation von Fahrzeug und Fahrweg

2.1 Prinzip der Co-Simulation

Die effektive Verkopplung zweier verschiedener Programme erlaubt es, die jeweiligen Vorteile eines jeden im Rahmen einer gemeinsamen Simulation zu nutzen. Zur Simulation der Dynamik eines Schienen- oder eines Straßenfahrzeugs haben sich MKS-Programme durchgesetzt. Die elastischen Verformungen einer beliebigen Brückenstruktur lassen sich mit FEM-Programmen berechnen. Deren Auswertemethoden für eine nichtlineare Dynamiksimulation sind allerdings aufgrund der in aller Regel immens hohen Anzahl an Freiheitsgraden extrem zeitintensiv. Einen Ausweg bietet hier die Vorablinearisierung in Zusammenhang mit einer modalen Reduktion der Freiheitsgrade der Brückenstruktur; im Rahmen der Simulation selbst sind dann nur noch deren reduzierte lineare Bewegungsgleichungen zu lösen. Dies läßt sich sehr effizient durch spezielle Lösungsalgorithmen umsetzen. In Bild 1 ist ein mögliches Szenario einer Co-Simulation zur Simulation einer Brückenüberfahrt von Straßen- oder Schienenfahrzeugen skizziert.

Ein Vorteil dieses Szenarios ist, daß MKS-seitig mit einer einzigen Schnittstelle sowohl die indirekte Ankopplung der modal reduzierten linearen Bewegungsgleichungen als auch die direkte Ankopplung der nichtlinearen Bewegungsgleichungen möglich ist. Der erste Weg, der auch im folgenden im Vordergrund stehen soll, ist sehr viel zeit-effektiver. Für Fälle bei denen nichtlineares Strukturverhalten der Brücke eine Rolle spielt, sollte aber auch der zweite Weg beschreitbar sein.

Die Vorteile der direkten Co-Simulation zwischen dem MKS-Fahrzeugmodell und dem nichtlinearen Finite Element Modell einer Brückenstruktur sind offensichtlich. In beiden Teilsystemen sind Nichtlinearitäten beschreibbar. Das Gesamtsystem Fahrzeug-Fahrweg unterliegt daher keinen Grenzen hinsichtlich der Modellierung, aber bedingt durch die in der Regel hohen Rechenzeiten, die im wesentlichen durch die Anzahl der Freiheitsgrade des Finite Element Modells verursacht werden, werden zumeist nur einmalige Nachweisrechnungen effizient durchführbar sein.

Die Co-Simulation mit den modal reduzierten Bewegungsgleichungen eines li-

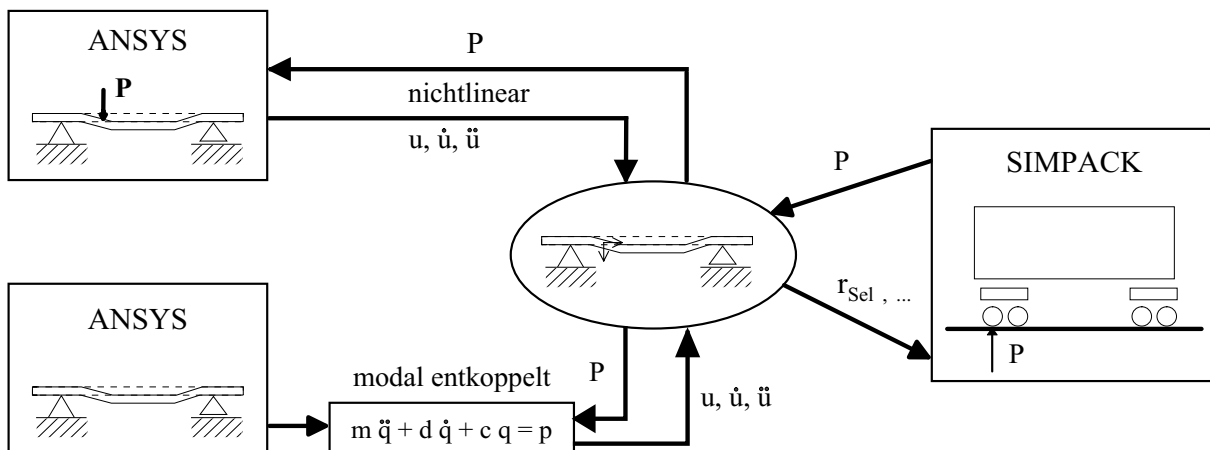


Abbildung 1: Prinzip der Co-Simulation zur Simulation der Brückenüberfahrt eines Fahrzeuges: Mögliche Verkopplungen von MKS- und FEM-Programm

nearen Finite Element Modells ermöglicht eine drastische Einsparung der Freiheitsgrade, die zur Beschreibung des Deformationsverhaltens der Brückenstruktur notwendig sind. Damit ist die Möglichkeit gegeben, bei kurzen Rechenzeiten die Wechselwirkungen zwischen Fahrzeug und Fahrweg zu studieren, zu verstehen und dann das Systemverhalten gegebenenfalls zu verbessern.

Zur Realisierung der Brücke als FE-Modell kann prinzipiell jede geeignete FEM-Software wie ANSYS, NASTRAN usw. verwendet werden, unter Umständen ist die Schnittstelle eben entsprechend zu modifizieren. Die gesamte Co-Simulation ist in das MKS-Programm SIMPACK integriert, mit dessen Hilfe folglich auch die MKS-Modelle der Fahrzeuge aufgebaut werden; für eine Beschreibung von SIMPACK siehe u.a. [6, 11].

2.2 Ablauf der Co-Simulation und Datenaustausch

Die Co-Simulation ist im Rahmen der Zeitintegration des MKS-Programms realisiert. Hierzu wird die Integration an diskreten Zeitpunkten angehalten. Dann wird unmittelbar die Integration der linearen Bewegungsgleichungen der elastischen Brückenstruktur gestartet, die als Eingangsgrößen die aktuell wirksamen Lasten P_i , $i = 1, n_{\text{Rad}}$ gemeinsam mit deren Angriffspunkten verwendet.

Im Falle des Rad/Schiene-Kontakts ergeben sich die Lasten aus einer vektoriel- len Addition der im Kontaktpunkt aktuell angreifenden Kräfte. Dies ist zum einen die je nach Kontaktmodell¹ als eingepreßte oder als Zwangskraft wirkende Normal- kraft, deren Wirkrichtung normal zur Tangentialebene an Schienen- bzw. Radprofil im Kontaktpunkt liegt. Sowie die sich aus einem entsprechenden Reibgesetz erge- benden lateral und longitudinal in der Kontaktebene wirkenden, von der Normal-

¹ Der Rad/Schiene-Modul von SIMPACK ermöglicht zwei grundsätzlich unterschiedliche Kontakt- modellierungen: Das sehr effektive 'starre' Kontaktmodell, bei dem der Kontakt zwischen Rad und Schiene über eine Zwangsbedingung realisiert ist. Sowie ein 'elastisches' Kontaktmodell mit Hilfe eines linearen, einseitig wirkenden Feder-Dämpfer Elements, einer Hertz'schen Feder. Letzteres kommt nur in Sonderfällen zur Anwendung.

kraft abhängigen Schlupfkkräfte. Die Kontaktpunkte dienen dabei gleichzeitig als Kraftangriffspunkte. Eine sehr ausführliche Beschreibung des in SIMPACK implementierten Rad-Schiene-Moduls kann [9] entnommen werden.

Bei Straßenfahrzeugen setzen sich die Lasten P_i aus der vertikal wirkenden Reifenaufstandskraft sowie der daraus resultierenden Quer- und Längsschlupfkraft zusammen. Zur Berechnung der Reifenaufstandskraft aus der Vertikalpositionierung des Reifenaufstandpunktes steht eine ganze Reihe unterschiedlicher erprobter und anerkannter Näherungsmethoden zur Verfügung. Kraftangriffspunkt ist hierbei stets der Reifenaufstandsmittelpunkt.

Ausgangsgrößen aus der ‘Strukturintegration’ sind die lokalen, am Kraftangriffspunkt wirkenden, elastischen Verformungen sowie deren erste und zweite Ableitungen, u, \dot{u}, \ddot{u} . Hierbei ist zu beachten, daß es sich um über die elastische Brückenstruktur bewegte Lasten handelt und die totalen Ableitungen gebildet werden müssen. Allerdings können diese Größen zunächst nur an solchen Stellen berechnet werden, wo sich die Knoten des Finite-Element-Modells der Brücke befinden. Die Ausgangsgrößen selbst, d.h. die Verformungen an den Kraftangriffspunkten müssen dann durch Interpolation aus den Knotenwerten gewonnen werden. Diese werden dann in SIMPACK als zusätzliche elastische Verschiebungen $r_{Sel,i}$, $i = 1, n_{Rad}$ gemäss dem Prinzip der ‘elastischen Anregung’ während der Zeitintegration der Bewegungsgleichungen des Fahrzeugmodells im nächsten Diskretisierungsintervall verwendet.

Angewandt für Schienenfahrzeuge heißt das, daß die zusätzlichen elastischen Verschiebungen $r_{Sel,i}$ bei der Berechnung von Lage und Orientierung der Schienenprofilssysteme S_i , $i = 1, n_{Rad}$ berücksichtigt werden müssen, siehe Bild 2. Damit ergibt sich die Lage eines Schienenprofilsystems² S , in dem dann der jeweilige Schienenprofilquerschnitt definiert ist, in Bezug auf das Inertialsystem e^I zu

$$\mathbf{r}_S = \mathbf{r}_G + \mathbf{r}_{S0} + \mathbf{r}_{Sanr} + \mathbf{r}_{Sel}. \quad (1)$$

Jedem Radsatz, bestehend aus Achse, rechtem und linkem Rad sowie eventuellen weiteren Anbauelementen, ist hierbei eindeutig ein Gleissystem G_j , $j = 1, n_{Rad}/2$ zugeordnet, welches dem frei vorgebbaren Gleisverlauf (der Trasse) folgt. Charakterisiert ist die Trasse durch die Darstellung seiner Mittellinie als Raumkurve, ihre Parametrierung erfolgt über die Bogenlänge s , siehe [6]. Die aktuelle Lage eines Radsatzes bezüglich der Trassenmittellinie folgt also aus der Integration der lokalen Tangentialgeschwindigkeiten \dot{s} des zugehörigen Gleissystems, die Umrechnung in kartesische Koordinaten des Inertialsystems ergibt den Ortsvektor \mathbf{r}_G . Ausgehend von diesem radsatz-spezifischen Gleissystem G sind rechtes und linkes zugehöriges Schienenprofilssystem $S_{S0,k}$, $k = \text{rechts, links}$, stets konstant positioniert; wesentliche Parameter sind hierbei die Spurweite TG (z.B. $TG = 1435\text{mm}$) sowie die Schieneneinbauneigung $1 : X$ (z.B. $1 : X = 1 : 40$). Somit wäre nun der ideale Gleisverlauf beschrieben. Zur Darstellung realer Gleislagen lassen sich aber noch

²Aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung sei im folgenden auf die Indizierung i wo einfach nachvollziehbar verzichtet. Da elastische Verdrehungen vernachlässigt werden, wird auf die Orientierung der Koordinatensysteme nicht weiter eingegangen.

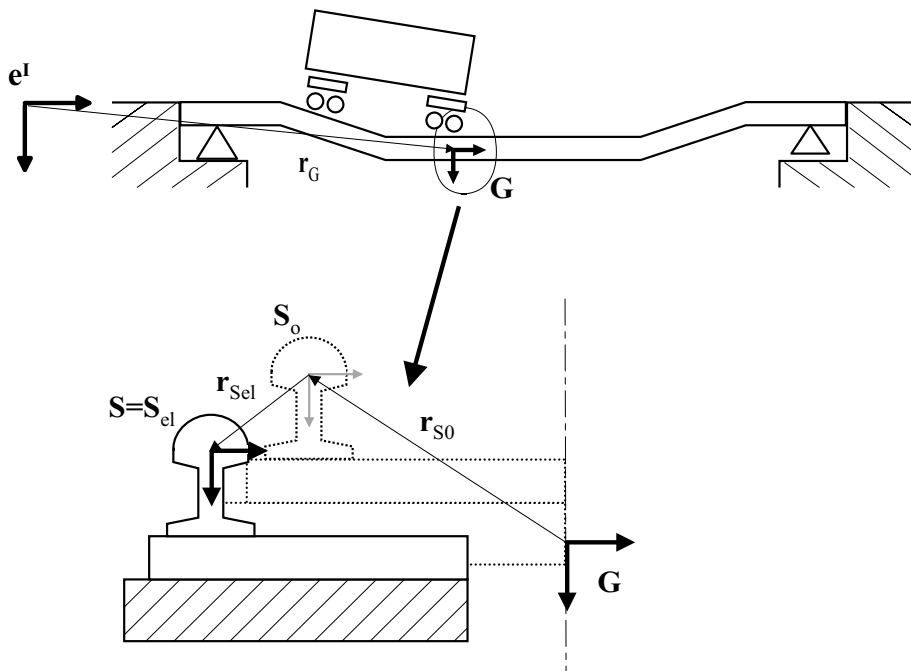


Abbildung 2: Lokalisierung eines Schienenprofilsystems $S = S_{el}$ auf einer elastisch defomierten Brückenstruktur. Die Radindizierung i sei ebenso wie die aus einer eventuellen Gleislagestörung resultierenden zusätzlichen Verschiebungen r_{Sanr} aus Gründen der Übersichtlichkeit vernachlässigt.

Gleislagestörungen als wegabhängige Anregungen r_{Sanr} als zusätzliche – in aller Regel kleine – Verschiebungen/Verdrehungen vektoriell aufaddieren. Und in gleicher Weise werden nun auch die lokalen elastischen ebenfalls kleinen Verformungen r_{Sel} der Brückenstruktur berücksichtigt; daher auch die Bezeichnung als ‘elastische Anregung’.

Neben den Schienenprofilsystemen wird ein Radsatz durch die beidseitig angebrachten Radprofilsysteme charakterisiert. Letztere befinden sich auf der Radsatzachse und sind um den konstanten halben Radstand nach rechts bzw. links ausen verschoben. Jeder Radsatz ist innerhalb des durch die Schienen vorgegebenen Spurkanals, jedoch in Abhängigkeit von den jeweiligen Profilen für Räder und Schienen, frei verschiebbar. Die aktuelle Lage und Orientierung eines Kontaktpunktes zwischen Rad und Schiene folgt nun aus der Relativlage und –orientierung zwischen eben dem Rad– und dem Schienenprofilsystem über rein geometrische, aufgrund der Profilgeometrien in aller Regel hochgradig nichtlineare Zusammenhänge aus der Kontaktbedingung, formuliert als kinematischer Zwang, siehe hierzu auch [9].

Das Vorgehen im Falle von Strassenfahrzeugen ist im Prinzip das Gleiche. Für jeden Reifen existiert ein dem Gleissystem entsprechendes Trasseystem G . Allerdings ist bei dessen Positionierung auf der Trassenmittellinie ein nicht konstanter reifenspezifischer Offset in Längsrichtung iterativ zu berücksichtigen. Die Lage des Reifens in Bezug auf das Trasseystem, bestimmt durch den Reifenmittelpunkt, lässt sich darauf aufbauend aus dem Zustandsvektor des Simulationsmodells ableiten. Damit ist aber auch gleichzeitig der idealisierte Reifenaufstandspunkt (entspricht

der Strassenoberfläche) bestimmt. Im Falle einer inertial festen Strasse kann auch nun wieder eine Störung in Form einer wegabhängigen Anregung \mathbf{r}_{Sanr} vektoriell aufaddiert werden. Deren Wegabhängigkeit bezieht sich auf die aktuelle Lage des Trassensystems G des Reifens. Im Falle einer nachgiebigen Brückenstruktur als Untergrund folgt wiederum gemäß dem Prinzip der ‘elastischen Anregung’ eine weitere Verschiebung entsprechend deren lokaler elastischer Verformung \mathbf{r}_{Sel} . Somit ist der die Strassenoberfläche repräsentierende Reifenaufstandspunkt $S = S_{el}$ im Falle einer Strassenstörung bei Überfahrt über eine nachgiebige Brücke gefunden.

Im folgenden Abschnitt werden die linearen reduzierten Bewegungsgleichungen einer beliebigen Brückenstruktur aus einem geeigneten FEM-Model abgeleitet. Anschließend wird deren effiziente zeitdiskrete Integration beschrieben. Aus den daraus folgenden elastischen Verformungen $\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}$ lassen sich dann die letztendlich in der Simulation verwendeten lokalen elastischen Verschiebungen \mathbf{r}_{Sel} sowie deren erforderlichen Ableitungen interpolieren.

3 Beschreibung der Brückenstruktur

Wie oben angeführt sind die beiden Möglichkeiten der Co-Simulation daher nicht als konkurrierende, sondern vielmehr als sich ergänzende Methoden zu verstehen. Um Erfahrungen im Bereich der Co-Simulation beispielsweise zur Entwicklung von Algorithmen zur Schrittweitensteuerung gewinnen zu können, soll mit der modal reduzierten Beschreibung der Brückenstruktur begonnen werden.

3.1 Bewegungsgleichungen elastischer Körper in Mehrkörpersystemen

Zunächst soll kurz der Stand der Technik bei der Beschreibung flexibler Körper in Mehrkörpersystemen dargestellt werden um später die Besonderheiten der flexiblen Fahrbahn besser hervorheben zu können.

Die Absolutbewegung \mathbf{r} flexibler Körper in Mehrkörpersystemen wird durch die Translation \mathbf{t} sowie durch die Rotationsmatrix \mathbf{A} des körperfesten Referenzsystems e gegenüber dem Inertialsystem e^i , die Lage im undeformierten Zustand \mathbf{c} und die elastischen Deformationen $\mathbf{u}(\mathbf{c}, t)$ beschrieben,

$$\mathbf{r}(\mathbf{c}, t) = \mathbf{A}(t) (\mathbf{t} + \mathbf{c} + \mathbf{u}(\mathbf{c}, t)). \quad (2)$$

Dabei sind die Vektoren \mathbf{t} , \mathbf{c} und $\mathbf{u}(\mathbf{c}, t)$ gemäß Bild 3 im körperfesten Referenzsystem e gegeben. Die Verschiebungen werden als Linearkombination von n_q Ansatzfunktionen $\mathbf{u}_j(\mathbf{c})$ mit den Modalkoordinaten $q_j(t)$, also als Ritz-Ansatz

$$\mathbf{u}(\mathbf{c}, t) = \sum_{j=1}^{n_q} \mathbf{u}_j(\mathbf{c}) q_j(t) \quad (3)$$

dargestellt, siehe beispielsweise [15] und [2]. Ausgehend von der kinematischen Gleichung (2) und dem Ritz Ansatz (3) kann die Absolutgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{r}}$ und die

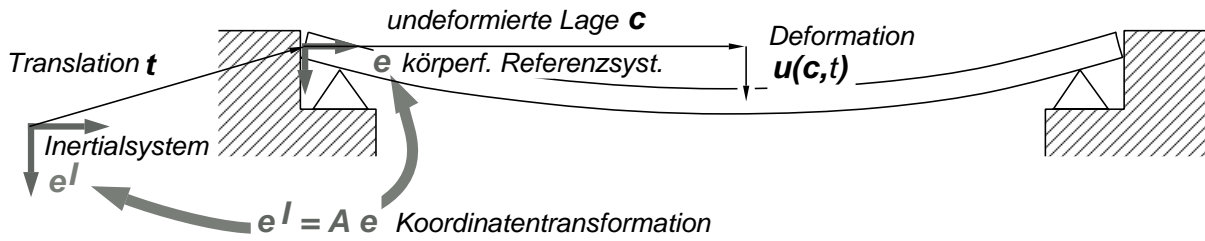


Abbildung 3: Kinematische Beschreibung elastischer Körper in Mehrkörpersystemen am Beispiel einer elastischen Fahrbahn.

Absolutbeschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}$, sowie die Verzerrungen

$$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{c}, t) = \mathbf{D}_{ca}\mathbf{u}(\mathbf{c}, t) \quad (4)$$

aus den linearen Verschiebungs–Verzerrungsgleichungen und die Spannungen

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{c}, t) = \mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{c}, t) \quad (5)$$

aus dem linearen Elastizitätsgesetz ermittelt werden. Damit stehen nun alle Größen zur Verfügung, die zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen mit dem Prinzip der virtuellen Leistungen

$$\int_V \delta \mathbf{r}^T \rho \ddot{\mathbf{r}} dV + \int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \delta \mathbf{r}^T \mathbf{p} dS \quad (6)$$

benötigt werden. Trennt man in den Integralen orts–und zeitabhängige Größen [15], gelangt man zu der folgenden Form

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I} & \tilde{\mathbf{d}}_{CM} & \mathbf{C}_t \\ \text{symmetrisch} & \mathbf{J} & \mathbf{C}_r \\ & & \mathbf{M}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m\tilde{\boldsymbol{\omega}}\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{d}_{CM} + 2m\tilde{\boldsymbol{\omega}}\dot{\mathbf{d}}_{CM} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{I}\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{G}_r\boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{O}_e\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{G}_e\boldsymbol{\omega} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_e\mathbf{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_k \mathbf{p}_k \\ \sum_k \tilde{\mathbf{c}}_k \mathbf{p}_k \\ \sum_k \mathbf{U}^T(\mathbf{c}_k) \mathbf{p}_k \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit angreifende Momente wie auch Volumenkräfte vernachlässigt werden. Die in Tabelle 1 angeführten Submatrizen oder auch Ortsintegralmatrizen der Gleichung (7) können vor der Simulation im FEMBS–Preprozessor aus der Steifigkeits–und Massenmatrix sowie den Knotenkoordinaten des FE–Modells berechnet werden, da sie nur vom Ort nicht aber von der Zeit abhängen. Als Ansatzfunktionen können beispielsweise die Eigenformen des FE–Modells verwendet werden. Die Berechnung der in Tabelle 1 dargestellten Ortsintegralmatrizen ist detailliert in [15] beschrieben.

Tabelle 1: Ortsintegralmatrizen flexibler MKS-Körper, deren Zustandsgrößen und weitere Definitionen

Ortsintegralmatrizen	
M_e	modale Massenmatrix
K_e	modale Steifigkeitsmatrix
C_t	Koppelmatrix Translation-Deformation
C_r	Koppelmatrix Rotation-Deformation
J	Massenträgheitsmomente
G_r	Gyroskopische Kräfte-Rotation
G_e	Matrix zur Beschreibung gyroskopischer Kräfte aufgrund von Deformationen
O_e	Matrix zur Beschreibung von Fliehkräften aufgrund von Deformationen
zeitabhängige Zustandsvektoren	
a	Absolutbeschleunigung
ω	Winkelgeschwindigkeit
q	Modalkoordinaten
Definitionen	
d_{CM}	Deformierte Lage gemessen vom Schwerpunkt
I	Einheitsmatrix
Ω	$\Omega^T = \{\omega_x^2, \omega_y^2, \omega_z^2, \omega_x\omega_y, \omega_y\omega_z, \omega_x\omega_z\}$
$\tilde{\omega}$	Kreuzprodukt $\tilde{\omega}\mathbf{r} = \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}$

3.2 Besonderheiten der flexiblen Fahrbahn – Lösung der modal entkoppelten Bewegungsgleichungen

Die Beschreibung einer flexiblen Fahrbahn als flexibler Körper eines Mehrkörpersystems Fahrzeug-Fahrweg erscheint unvorteilhaft, da diese keine großen Starrkörperbewegungen ausführt und somit nur ein Bruchteil der Terme von Gleichung (7), und zwar die modale Massen- und Steifigkeitsmatrix benötigt werden. Ausgehend von der Massenmatrix M und der Steifigkeitsmatrix K einer Finite Element Modellierung und den daraus berechneten Ansatzfunktionen (8)

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_j, \dots, \mathbf{u}_{n_q}], \quad (8)$$

ergeben sich die gesuchten Modalmatrizen für Masse (9) und Steifigkeit (10) sowie die generalisierten Koppelkräfte (11) zwischen Fahrzeug und Fahrweg zu

$$M_e = \mathbf{U}^T \mathbf{M} \mathbf{U}, \quad (9)$$

$$K_e = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U}, \quad (10)$$

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{U}^T \mathbf{p}. \quad (11)$$

Beschränkt man sich auf orthogonale Ansatzfunktionen, wie zum Beispiel die Eigenformen oder auch orthogonalisierte Statikmoden [2], sind die Bewegungsgleichun-

gen

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_e \mathbf{q} = \mathbf{p}_e \quad (12)$$

der flexiblen Fahrbahn entkoppelt. Diese können also durch eine Anzahl von n_q linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$m_{ejj} \ddot{q}_j + d_{ejj} \dot{q}_j + k_{ejj} q_j = p_{ej} \quad (13)$$

beschrieben sowie nach Bestimmung der generalisierten Koppelkräfte separat integriert werden. In Gleichung (13) wird die Dämpfung der Brückenstruktur durch die Koeffizienten d_{ejj} beschrieben, die sich über einen steifigkeitsproportionalen Ansatz

$$d_{ejj} = D_j 2 \sqrt{m_{ejj} k_{ejj}} \quad (14)$$

bei Vorgabe des kritischen Dämpfungsmaße D_j für jede Ansatzfunktion separat berechnen lassen.

Die Lösung der modal entkoppelten Bewegungsgleichungen (13) erfolgt in geschlossener Form, wobei innerhalb eines Austauschintervalls eine lineare Abhängigkeit der generalisierten Koppelkräfte von der Zeit angenommen wird und der Gradient dieser linearen Beziehung aus bereits berechneten Lösungen extrapoliert wird.

4 Zusammenfassung

Die hier vorgestellte Methode der Co-Simulation eines Mehrkörper-Fahrzeugmodells mit einer vollständig modal entkoppelten Brückenstruktur zeichnet sich durch ihre Effizienz hinsichtlich der Rechenzeit aus, die im wesentlichen durch das Zusammenwirken folgender Faktoren ermöglicht wird: Die Verwendung orthogonaler Ansatzfunktionen, die Co-Simulation und in Anlehnung an [5] die analytische Auswertung der modal entkoppelten Bewegungsgleichungen.

Die Verwendung orthogonaler Ansatzfunktionen ermöglicht das Aufstellen und separate Berechnen der Modalkoordinaten. Es ist kein $[n \times n]$ Gleichungssystem zu lösen, sondern es sind lediglich n Gleichungen von jeweils einem Freiheitsgrad auszuwerten. Das ist jedoch nur möglich, wenn die Koppelkräfte zwischen Fahrzeug und Fahrweg bei der Berechnung der Deformationen als äußere Kräfte, also als generalisierte Lasten im Rahmen einer Co-Simulation, behandelt werden. Andernfalls, beim direkten Einbau der Gleichungen (13) bzw. (12) in die Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems, erfolgt die Kopplung zwischen Fahrzeug und Fahrweg durch Kraftgesetze oder Zwangsbedingungen, die den Kontakt zwischen Rad und Schiene Reifengesetz beschreiben. Die Zuschläge solcher Kraftgesetze zur modalen Steifigkeitsmatrix verursachen eine erneute Verkopplung der zunächst modal entkoppelten Gleichungen (12).

Bei der in Abschnitt 3.1 beschriebenen Methode der Einbindung flexibler Körper hängt die Rechenzeit zusätzlich stark von dem Steifigkeits-Massenverhältnis

$$\omega_j^2 = \frac{k_{ej}}{m_{ej}} \quad (15)$$

der verwendeten Ansatzfunktionen u_j ab, und zwar steigt die Rechenzeit drastisch mit diesem Verhältnis an, da die Zeitintegration nur mit entsprechend kleinen Schrittweiten sinnvolle Ergebnisse liefert. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß es durchaus notwendig sein kann, solche *hochfrequenten* Ansatzfunktionen zu verwenden, insbesondere wenn lokale Deformationen in Kräfteinleitungsbereichen im Mehrkörpermodell zu berücksichtigen sind. Das hier vorgestellte Verfahren vermeidet diesen Nachteil aufgrund der analytische Auswertung wegen der modal entkoppelten Bewegungsgleichungen.

Literatur

- [1] S. Crail, B. Ripke, und M. Zacher. Systemvergleich Feste Fahrbahn – Vergleich der dynamischen Eigenschaften zweier Bauarten. *ETR – Eisenbahntechnische Rundschau*, 48(7/8):469–479, Juli/August 1999.
- [2] S. Dietz. *Vibration and Fatigue Analysis of Vehicle Systems Using Component Modes*. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 12, Nr. 401. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999.
- [3] W. Duffek. Fahrbahnmodelle zur Simulation der dynamischen Fahrzeug-Fahrweg-Wechselwirkung mit dem Programm SIMPACK. Interner Bericht IB 532-99-02, DLR – Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Aeroelastik, Oberpfaffenhofen, Deutschland, 1999.
- [4] W. Duffek und W. Kortüm. Dynamic load computation for flexible guideways under moving vehicles with a multibody approach. In *Proc. ICOSSAR, 5th Int. Conf. on Structural Safety and Reliability*, pages 1295–1302, New York, 1990. American Society of Civil Engineers.
- [5] R. Gasch und K. Knothe. *Strukturdynamik – Band 1 Diskrete Systeme*. Springer Verlag, Berlin, 1987.
- [6] Intec GmbH, Münchener Str. 20, D-82234 Wessling, Germany. *SIMPACK User's Manual*, 2000.
- [7] S. Iwnicki, editor. *The Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation*, volume 31 of *Supplement to Vehicle System Dynamics*. Swets & Zeitlinger, Lisse, 1999.
- [8] W. Kortüm und R.S. Sharp, editors. *Multibody Computer Codes in Vehicle System Dynamics*, volume 22 of *Supplement to Vehicle System Dynamics*. Swets & Zeitlinger, Amsterdam, 1993.
- [9] H. Netter. *Rad-Schiene-Systeme in differential-algebraischer Darstellung*. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 12, Nr. 352. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998.
- [10] K. Popp, H. Kruse, und I. Kaiser. Vehicle-track dynamics in the mid-frequency range. *Vehicle System Dynamics*, 31:423–464, 1999.

- [11] W. Rulka. *Effiziente Simulation der Dynamik mechatronischer Systeme für industrielle Anwendungen*. Dissertation, TU Wien, Abteilung für Technische Mechanik, Technische Universität Wien, Fakultät für Maschinenbau, 1998.
- [12] G. Schupp und A. Jaschinski. Virtual prototyping: the future way of designing railway vehicles. *Int. J. of Vehicle Design*, 22(1/2):93–115, 1999.
- [13] B. Simeon und M. Arnold. Coupling DAE's and PDE's for simulating the interaction of pantograph and catenary. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 6:129–144, 2000.
- [14] A. Veitl und M. Arnold. Coupled simulation of multibody systems and elastic structures. In J.A.C. Ambrósio und W.O. Schiehlen, editors, *Advances in Computational Multibody Dynamics*, pages 635–644, Lisbon, Portugal, 1999. IDMEC/IST.
- [15] O. Wallrapp. Standardisation of flexible body modeling in multibody system codes, part i: Definition of standard input data. *Mechanics of Structures & Machines*, 22:283–304, 1994.